iUT ORSAY

Université Paris XI
I.U.T. d'Orsay
Département Informatique
Année scolaire 2003-2004

Algorithmique : Volume 1

- Introduction
- Instructions de base
- Logique propositionnelle

Cécile Balkanski, Nelly Bensimon, Gérard Ligozat

Pourquoi un cours d’ "Algo" ?

- **Objectif** : obtenir de la «machine» qu’elle effectue un travail à notre place
- **Problème** : expliquer à la «machine» comment elle doit s'y prendre

Mais... comment le lui dire ?
Comment le lui apprendre ?
Comment s'assurer qu'elle fait ce travail aussi bien que nous ?
Mieux que nous?

Objectif de cet enseignement

- résoudre des problèmes «comme» une machine
- savoir ***expliciter*** son raisonnement
- savoir ***formaliser*** son raisonnement
- concevoir (et écrire) des ***algorithmes*** :
  - séquence d'instructions qui décrit comment résoudre un problème particulier

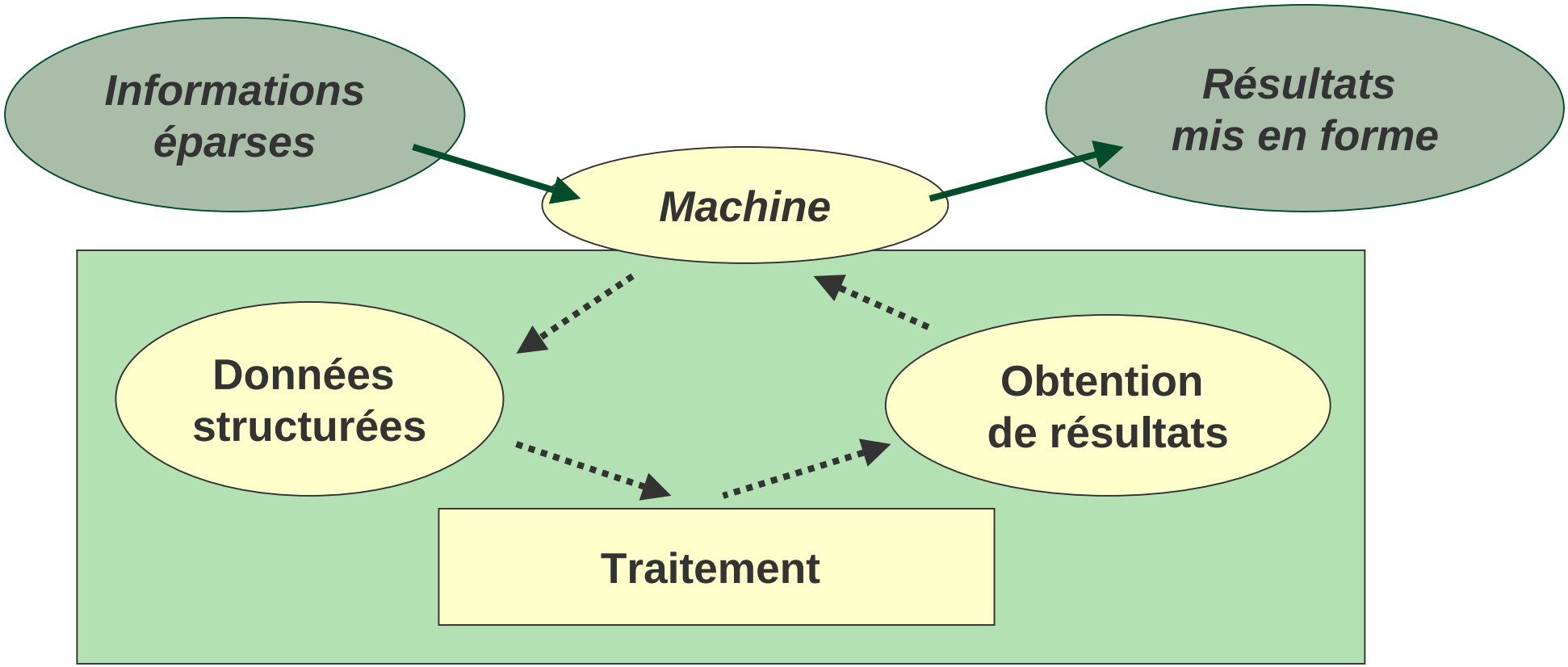
Thèmes abordés en «Algo»

- Apprentissage d'un langage
- Notions de base
  - algorithmes de « base » pour problèmes élémentaires
- Structures de données
  - des plus simples aux plus complexes
- Résolution de problèmes complexes
  - algorithmes astucieux et efficaces

L'algorithmique, vous la pratiquez tous les jours et depuis longtemps...

Briques de LEGO	***suite de dessins*** →	Camion de pompiers
Meuble en kit	***notice de montage*** →	Cuisine équipée
Cafetière	***instructions*** →	Expresso
Laine	***modèle*** →	Pull irlandais
Farine, oeufs, chocolat, etc....	***recette*** →	Forêt noire

De l'importance de l'algorithme



Un **algorithme**, traduit dans un langage compréhensible par l'ordinateur (ou langage de programmation, ici le C++), donne un **programme**, qui peut ensuite être exécuté, pour effectuer le **traitement** souhaité.

- Savoir expliquer comment faire un travail sans la moindre ambiguïté
  - langage simple : des instructions (pas élémentaires)
  - suite finie d'actions à entreprendre en respectant une chronologie imposée
- L’écriture algorithmique : un travail de programmation à visée «universelle»

  un algorithme ne dépend pas
  - du ***langage*** dans lequel il est implanté,
  - ni de la ***machine*** qui exécutera le programme correspondant.

Les problèmes fondamentaux en algorithmique

- **Complexité**
  - En combien de temps un algorithme va -t-il atteindre le résultat escompté?
  - De quel espace a-t-il besoin?
- **Calculabilité** :
  - Existe-t-il des tâches pour lesquelles il n'existe aucun algorithme ?
  - Etant donnée une tâche, peut-on dire s'il existe un algorithme qui la résolve ?
- **Correction**
  - Peut-on être sûr qu'un algorithme réponde au problème pour lequel il a été conçu?

Les instructions de base

Un premier algorithme

Algorithme ElèveAuCarré
{Cet algorithme calcule le carré du nombre que lui fournit l'utilisateur}

variables unNombre, sonCarré: entiers *{déclarations: réservation d'espace-mémoire}*

début

{préparation du traitement}

afficher("Quel nombre voulez-vous élever au carré?")
saisir(unNombre)

{traitement : calcul du carré}

sonCarré ← unNombre × unNombre

{présentation du résultat}

afficher("Le carré de ", unNombre)
afficher("c'est ", sonCarré)
fin

Les trois étapes d'un algorithme

- Préparation du traitement
  - données nécessaires à la résolution du problème
- Traitement
  - résolution pas à pas, après décomposition en sous-problèmes si nécessaire
- Edition des résultats
  - impression à l'écran, dans un fichier, etc.

Déclarer une variable

variable <liste d'identificateurs> : **type**

- Fonction :

  Instruction permettant de réserver de l'espace mémoire pour stocker des données (dépend du type de ces données : entiers, réels, caractères, etc.)

- Exemples :

  variables val, unNombre : **entiers**

  nom, prénom : **chaînes de caractères**

Saisir une donnée

saisir(<liste de noms de variables>)

- Fonction :

  Instruction permettant de placer en mémoire les informations fournies par l'utilisateur.

- Exemples:

  saisir(unNombre)

  saisir(nom, prénom)

  saisir(val)

Afficher une donnée, un résultat

afficher(<liste de noms de variables, de constantes ou d ’expressions>)

- Fonction :

  Instruction permettant de visualiser les informations placées en mémoire.

- Exemples:

  afficher(unNombre, "est différent de 0")

  afficher("La somme de", unNombre, "et" , val , "est", unNombre + val)

Déclarer une constante

constante (<identificateur> : type) ← <expression>

- Fonction :

  Instruction permettant de réserver de l'espace mémoire pour stocker des données dont la valeur est fixée pour tout l'algorithme

- Exemples :

  constantes (MAX : entier) ← 100

  (DOUBLEMAX : entier) ← MAX × 2

Saisies et affichages : exemples

```
Algorithme ParExemple
{Saisit un prix HT et affiche le prix TTC correspondant}
constantes      (TVA : réel) ← 20.6
                (Titre : chaîne) ← "Résultat"
variables       prixHT, prixTTC : réels          {déclarations}

début                                            {préparation du traitement}
    afficher("Donnez-moi le prix hors taxe :")
    saisir(prixHT)
    prixTTC ← prixHT * (1+TVA/100)               {calcul du prix TTC}

    afficher(Titre)                              {présentation du résultat}
    afficher(prixHT,   « euros H.T. devient ", prixTTC, « euros T.T.C.")
Fin
```

Affichage :

Affecter une valeur à une variable

<identificateur> ← <expression> ou
<constante> ou <identificateur>

- Fonction :

  Instruction permettant d'attribuer à la variable identifiée par l'élément placé à gauche du symbole ← la valeur de l'élément placé à droite de ce symbole.

- Exemple:

  nom ← "Venus"

  val ← 50

  val ← val × 2

Affectation : exemples

constante (SEUIL : réel) ← 13.25
variables valA, valB : réels
compteur : entier
mot , tom : chaînes

valA ← 0.56
valB ← valA
valA ← valA × (10.5 + SEUIL)
compteur ← 1
compteur ← compteur + 10
mot ← " Bonjour "
tom ← "Au revoir ! "

tableau de simulation :

valA	valB	compteur	mot	tom

Affectation : exemples (suite)

afficher(mot)
afficher(" valA = ", valA)
afficher(" valB = ", valB)
afficher(" compteur =", compteur)
afficher(tom)

Affichage :

Simulation d'un algorithme

Algorithme CaFaitQuoi?
{Cet algorithme .....}
variables valA, valB : **réels** *{déclarations}*

début *{préparation du traitement}*
    afficher("Donnez-moi deux valeurs :")
    saisir (valA, valB)
    afficher("Vous m'avez donné ", valA, " et ", valB)
{traitement mystère}
    valA ← valB
    valB ← valA *{présentation du résultat}*
    afficher("Maintenant , mes données sont : ", valA, " et ", valB)
Fin

Affichage :

Ce qu'il fallait faire …

- Déclarer une variable supplémentaire

  variables valA, valB, valTemp : **entiers**

- Utiliser cette variable pour stocker provisoirement une des valeurs

  saisir(valA, valB)

  valTemp ← valA

  valA ← valB

  valB ← valTemp

Traitement à faire si …

Algorithme SimpleOuDouble

{Cet algorithme saisit une valeur entière et affiche son double si cette donnée est inférieure à un seuil donné.)

constante (SEUIL : entier) ← 10
variable val : **entier**
début
    afficher("Donnez-moi un entier : ") *{ saisie de la valeur entière}*
    saisir(val)
    si val < SEUIL *{ comparaison avec le seuil}*
        alors afficher ("Voici son double :" , val × 2)
        sinon afficher ("Voici la valeur inchangée :" , val)
    fsi
fin

L’instruction conditionnelle

si <expression logique>
| **alors** instructions
| [**sinon** instructions]
fsi

Si l’expression logique (la condition) prend la valeur **vrai**, le premier bloc d’instructions est exécuté; si elle prend la valeur **faux**, le second bloc est exécuté (s’il est présent, sinon, rien).

Une autre écriture

Algorithme SimpleOuDouble

{Cet algorithme saisit une valeur entière et affiche son double si cette donnée est inférieure à un seuil donné.)

constante (SEUIL : entier) ← 10
variable val : **entier**
début

afficher("Donnez-moi un entier : ") ***{ saisie de la valeur entière}***
saisir(val)

si val < SEUIL
alors val ← val × 2 ***{comparaison avec le seuil }***
fsi

afficher("Voici la valeur finale : ", val)
fin

Quand la condition se complique : les conditionnelles emboîtées

Problème : afficher "Reçu avec mention" si une note est supérieure ou égale à 12, "Passable" si elle est supérieure à 10 et inférieure à 12, et "Insuffisant" dans tous les autres cas.

```
si note ≥ 12
|       alors  afficher( "Reçu avec mention" )
|       sinon si note ≥ 10
|                 |   alors afficher( "Passable"  )
|                 |   sinon afficher( "Insuffisant" )
|               fsi
fsi
```

La sélection sur choix multiples

selon <identificateur>
    (liste de) valeur(s) : instructions
    (liste de) valeur(s) : instructions
    …
    [**autres** : instructions]

S’il y a plus de deux choix possibles, l’instruction **selon** permet une facilité d’écriture.

L'instruction selon : exemple

```
selon abréviation
        "M" :          afficher( " Monsieur " )
        "Mme"   :      afficher( " Madame " )
        "Mlle"  :      afficher( " Mademoiselle " )
        autres :       afficher( " Monsieur, Madame " )
```

***Comparer* :**

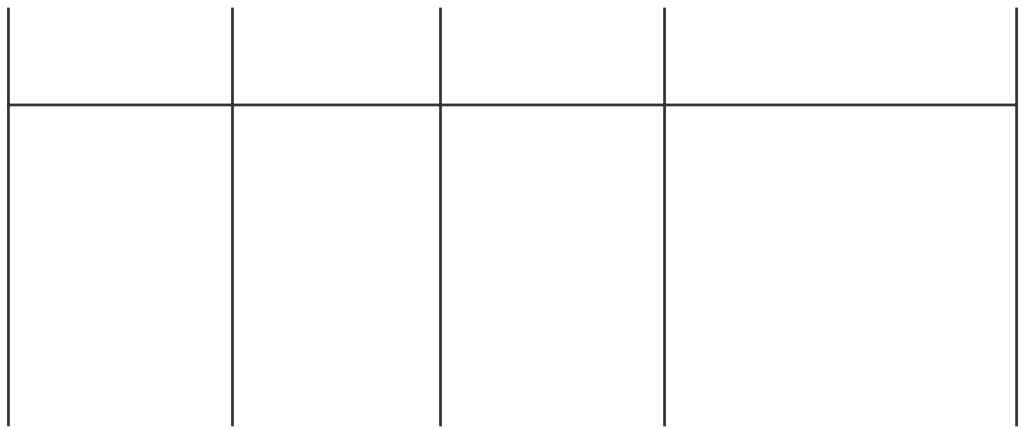
```
si abréviation = "M"
|   alors afficher( "Monsieur" )
|   sinon si abréviation =  "Mme"
|           |  alors afficher("Madame")
|           |  sinon si abréviation =  "Mlle"
|           |          |   alors afficher( "Mademoiselle" )
|           |          |   sinon afficher( "Monsieur,Madame " )
|           |       fsi
|       fsi
fsi
```

Quand il faut répéter un traitement ...

```
Algorithme FaitLeTotal
{Cet algorithme fait la somme des nbVal données qu'il saisit}
variables       nbVal, cpt : entiers
                valeur, totalValeurs : réels
début
        {initialisation du traitement}
        afficher("Combien de valeurs voulez-vous saisir ?")
        saisir(nbVal)
        {initialisation du total à 0 avant cumul}
        totalValeurs ← 0
        {traitement qui se répète nbVal fois}
        pour  cpt ← 1  à   nbVal faire
                afficher("Donnez une valeur :")
                saisir(valeur)
                totalValeurs ←  totalValeurs + valeur      {cumul}
        fpour
        {édition des résultats}
        afficher("Le total des ", nbVal, "valeurs est " ,
fin
```

Simulation de la boucle pour

- Données : 3 3 -1 10
- Tableau de simulation :



- Affichage :

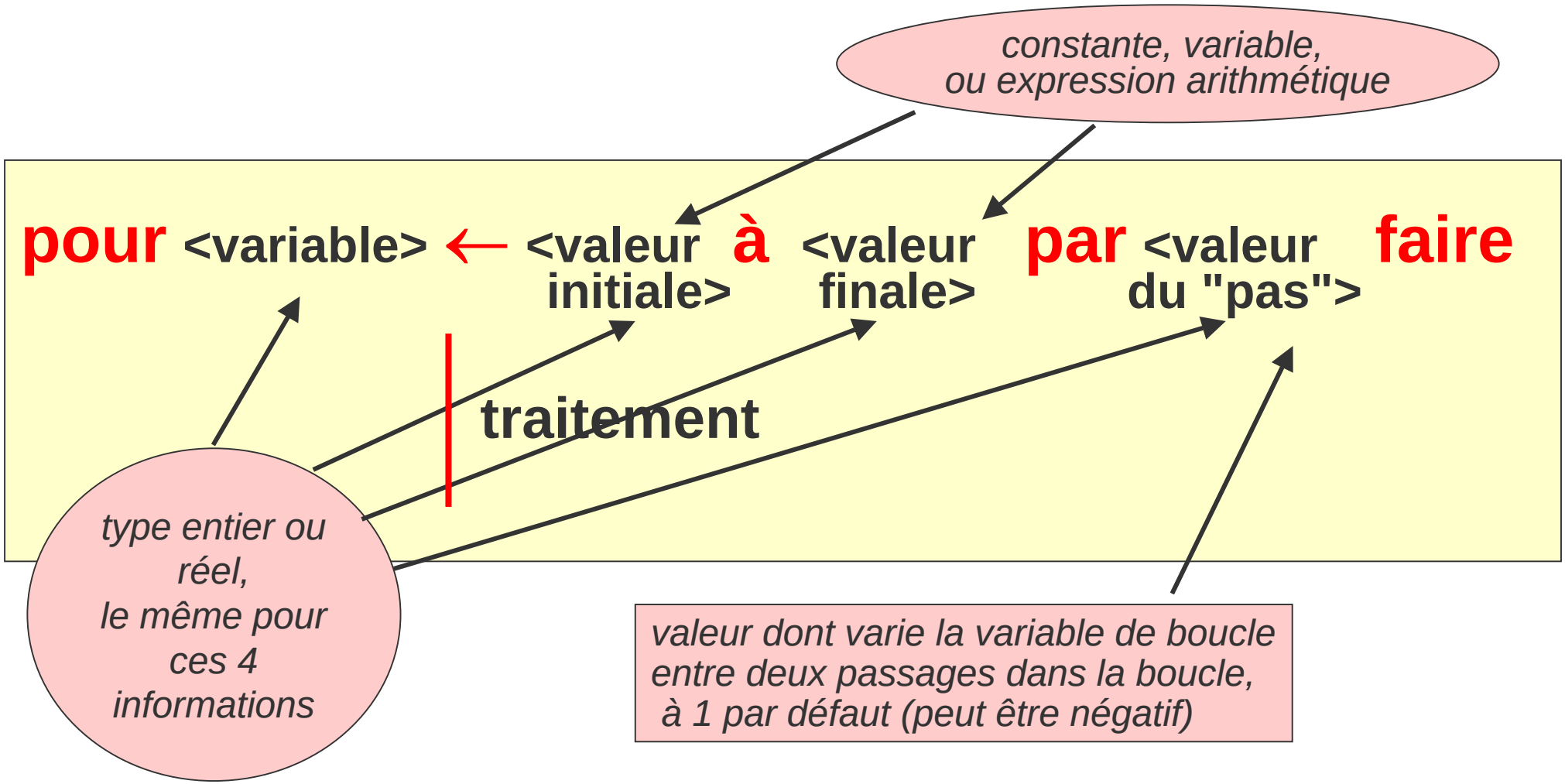
La boucle « pour »

```
pour <var> ← valInit à valfin [par <pas>] faire
    |  traitement        {suite d'instructions}
fpour
```

- Fonction:

  répéter une suite d'instructions un certain nombre de fois

Les champs de la boucle pour



Sémantique de la boucle pour

- Implicitement, l'instruction pour:
  - initialise une variable de boucle (le compteur)
  - incrémente cette variable à chaque pas
  - vérifie que cette variable ne dépasse pas la borne supérieure
- Attention :
  - le traitement ne doit pas modifier la variable de boucle

pour cpt ← 1 à MAX **faire**
    si (…) **alors** cpt ← MAX
fpour

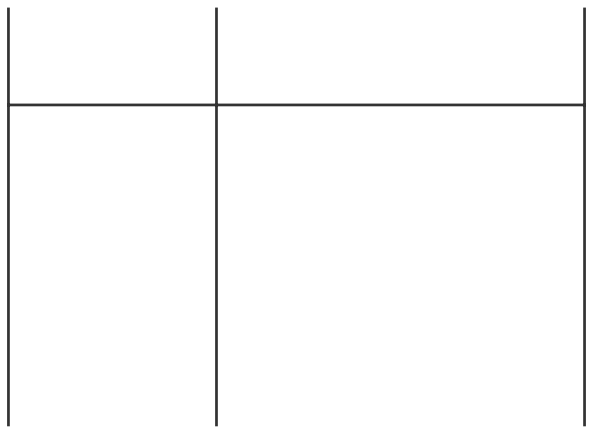
Interdit !

Quand le nombre d'itérations n'est pas connu...

```
Algorithme  FaitLeTotal
{Cet algorithme fait la somme des données qu'il saisit, arrêt à la lecture de -1)
constante       (STOP : entier) ← -1
variables       val, totalValeurs : entiers
début
   totalValeurs ← 0
   afficher("Donnez une valeur, " , STOP, " pour finir.")          {amorçage}
   saisir(val)
   tant que   val ≠ STOP   faire
        |  totalValeurs ← totalValeurs + val                       {traitement}
        |  afficher("Donnez une autre valeur, " , STOP, " pour finir.")
        |  saisir(val)                                             {relance}
    ftq
    afficher("La somme des valeurs saisies est " , totalValeurs)
fin
```

Simulation de la boucle tant que

- Données : 3 -3 10 -1
- Tableau de simulation :



STOP = –1

- Affichage :

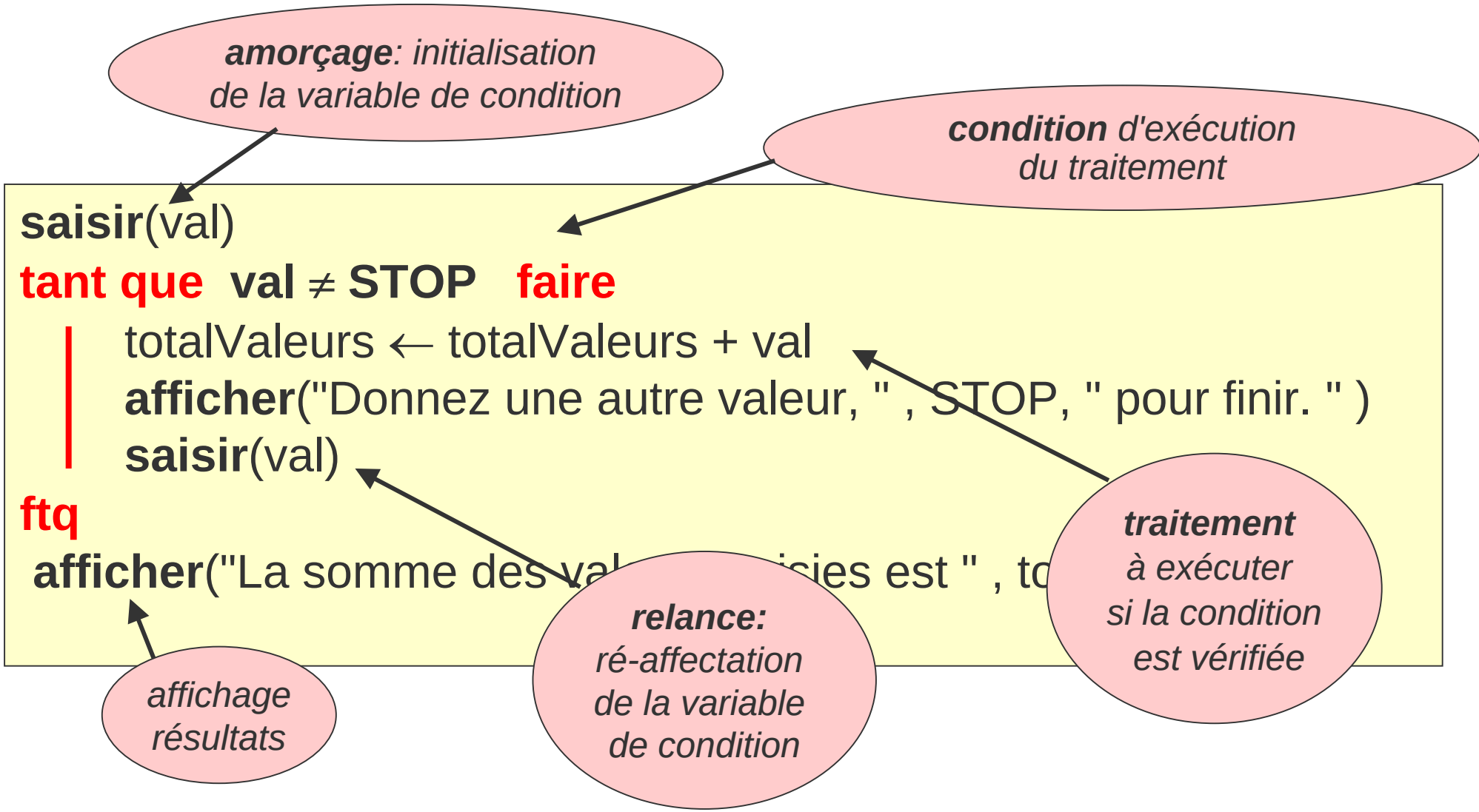
La boucle « tant que … faire »

amorçage *{initialisation de la (des) variable(s) de condition}*
tant que <expression logique (vraie)> **faire**
    traitement *{suite d'instructions}*
    relance *{ré-affectation de la (des) variable(s) de condition}*
ftq

- Fonction:
  - répéter une suite d'instructions tant qu'une condition est remplie

remarque : si la condition est fausse dès le départ, le traitement n'est **jamais** exécuté

Sémantique de la boucle tant que



Comparaison boucles pour et tant que

```
pour  cpt ← 1  à   nbVal  faire
    |    afficher("Donnez une valeur :")
    |    saisir(valeur)
    |    totalValeurs ←  totalValeurs + valeur      {cumul}
fpour
```

…équivaut à :

```
cpt ← 0
tant que   cpt < nbVal  faire
        |  afficher("Donnez une valeur :")
        |  saisir(valeur)
        |  totalValeurs ←  totalValeurs + valeur      {cumul}
        |  cpt ←  cpt + 1      {compte le nombre de valeurs traitées}
ftq
```

Comparaison boucles pour et tant que (suite)

- Implicitement, l'instruction pour:
  - initialise un compteur
  - incrémente le compteur à chaque pas
  - vérifie que le compteur ne dépasse pas la borne supérieure
- Explicitement, l'instruction tant que doit
  - initialiser un compteur *{amorçage}*
  - incrémenter le compteur à chaque pas *{relance}*
  - vérifier que le compteur ne dépasse pas la borne supérieure *{test de boucle}*

Choisir pour... Choisir tant que...

si le nombre d'itérations est connu à l'avance,
➔ choisir la boucle pour

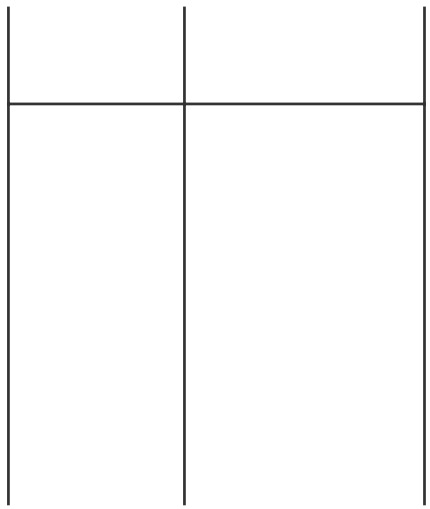
si la boucle doit s'arrêter quand survient un évènement ,
➔ choisir la boucle tant que

La boucle répéter : un exemple

```
Algorithme   Essai
{Cet algorithme a besoin d'une valeur positive paire}
variables   valeur : entier
début
    répéter
        afficher("Donnez une valeur positive non nulle : ")
        saisir(valeur)
    tant que valeur ≤ 0
    afficher("La valeur positive non nulle que vous avez saisie est ")
    afficher( valeur )
    ...                    {traitement de la valeur saisie}
fin
```

Simulation de la boucle répéter

- Données : -2 0 4
- Tableau de simulation :



- Affichage :

La boucle « répéter ...tant que »

répéter

| (ré)affectation de la (des) variable(s) de condition

| traitement *{suite d'instructions}*

tant que <expression logique (vraie)>

- Fonction:
  - exécuter une suite d'instructions ***au moins une fois*** et la répéter tant qu'une condition est remplie

Remarque: le traitement dans l'exemple précédent se limite à la ré-affectation de la variable de condition

Comparaison boucles répéter et tant que

```
répéter
    afficher("Donnez une valeur positive paire :")
    saisir(valeur)
tant que (valeur < 0 ou (valeur % 2) ≠ 0)
```

…équivaut à :

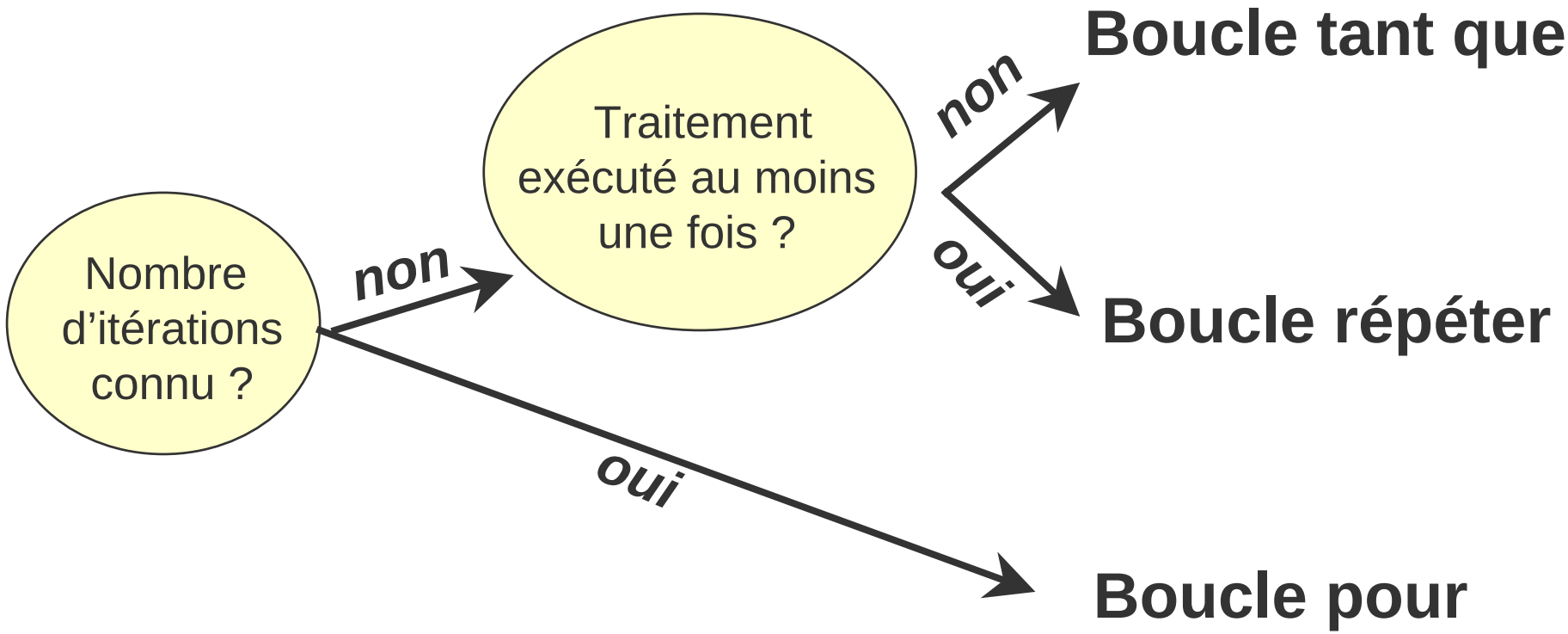
```
afficher("Donnez une valeur positive paire :")
saisir(valeur)
tant que   (valeur < 0 ou (valeur % 2) ≠ 0) faire
    afficher("Donnez une valeur positive paire:")
    saisir(valeur)
ftq
```

Comparaison boucles répéter et tant que (suite)

- boucle tant que
  - condition vérifiée **avant** chaque exécution du traitement
  - le traitement peut donc ne pas être exécuté
  - de plus : la condition porte surtout sur la saisie de nouvelles variables (relance)
- boucle répéter tant que
  - condition vérifiée **après** chaque exécution du traitement
  - le traitement est exécuté au moins une fois
  - de plus : la condition porte surtout sur le résultat du traitement

Remarque : la boucle répéter est typique pour les saisies avec vérification.

Choisir pour... tant que… répéter…



Remarque

fsi, ftq et fpour peuvent être omis si le corps se limite à une seule instruction

Exemples:

si val $>$ 0 **alors** afficher(« fini! »)

pour i $\leftarrow$ 1 à MAX **faire** afficher(i $\times$ val)

Le problème d'une boucle : il faut en sortir!

tant que A faire B

répéter B tant que A

- quelque chose dans la suite d'instructions B doit amener A à prendre la valeur Faux.
  - → la suite d'instructions B doit modifier au moins une variable de l'expression logique A
  - → (mauvais) exemple :

```
val1 ← 2 ; val2 ← 3
tant que val1 < 100  faire
    val2 ← val2 × val1
ftq
```

- c'est l'expression logique A (et elle seule!) qui en prenant la valeur Faux provoque l'arrêt de la boucle.

De l'énoncé à la boucle

afficher le carré des valeurs saisies tant qu'on ne saisit pas 0

```
saisir(val)
tant que val ≠ 0 faire
    | afficher(val × val)
    | saisir(val)
ftq
```

saisir des données et s'arrêter dès que leur somme dépasse 500

```
saisir(val)
somme ← val
tant que somme ≤ 500 faire
    | saisir(val)
    | somme ← somme + val
ftq
```

De l'énoncé à la boucle (suite)

saisir des données
et s'arrêter dès que
leur somme
dépasse 500

```
somme ← 0
répéter
    | saisir(val)
    | somme ← somme + val
tant que somme ≤ 500
```

saisir des données
tant que leur somme
ne dépasse un seuil
donné

Exemple d'un mauvais choix de boucle

Algorithme Somme

{Cet algorithme fait la somme d'une suite de nombres tant que cette somme ne dépasse un seuil donné)

constante (SEUIL : entier) ← 1000
variables val, somme : **entiers**
début
  somme ← 0
  répéter
    afficher("Entrez un nombre")
    saisir(val)
    somme ← somme + val
  tant que somme ≤ SEUIL
  afficher("La somme atteinte est" , somme - val)
fin

Version corrigée

Algorithme Somme

{Cet algorithme fait la somme d'une suite de nombres tant que cette somme ne dépasse un seuil donné)

constante (SEUIL : entier) ← 1000
variables val, somme : **entiers**
début

Quand utiliser la boucle tant que?

- Structure itérative "universelle"

  n'importe quel contrôle d'itération peut se traduire par le "tant que "

- Structure itérative irremplaçable dès que la condition d'itération devient complexe

  Exemple:
  saisir des valeurs, les traiter, et s'arrêter à la saisie de la valeur d'arrêt **–1** ou après avoir saisi **5** données.

Exemple

```
constantes      (STOP : entier) ← -1
                (MAX : entier) ← 5
variables       nbVal , val : entiers
début
   nbVal ← 0                          {compte les saisies traitées}
   saisir(val)                        {saisie de la 1ère donnée}
   tant que val ≠ STOP et nbVal < MAX faire
   |     nbVal ← nbVal + 1
   |     ...                          {traitement de la valeur saisie}
   |     saisir(val)                  {relance}
   ftq
   afficher(val, nbVal)               {valeurs en sortie de boucle}
   ...
```

Attention :

La valeur d'arrêt n'est jamais traitée (et donc, jamais comptabilisée)

Simulation de la boucle

test 1 *:* 3 5 -1

test 2 *:* 3 5 -6 4 0 8

test 3 *:* 3 5 -6 4 0 –1

test 4 *:* -1

Interpréter l'arrêt des itérations

```
nbVal ← 0                          {compte les saisies traitées}
saisir(val)                        {saisie de la 1ère donnée}
tant que val ≠ STOP et  nbVal < MAX faire
    |       nbVal ← nbVal + 1
    |       …                      {traitement de la valeur saisie}
    |       saisir(val)            {relance}
ftq
si val = STOP
    |   alors {la dernière valeur testée était la valeur d'arrêt}
    |         afficher(« Sortie de boucle car saisie de la valeur d'arrêt;
    |                     toutes les données significatives ont été traitées. »)
    |   sinon {il y avait plus de 5 valeurs à tester}
    |         afficher(« Sortie de boucle car nombre maximum de valeurs
    |                   à traiter atteint; des données significatives n'ont pas
    |                   pu été traitées. ")
fsi
```

De l'importance du test de sortie de boucle (… et donc de la logique)

tant que val ≠ STOP **et** nbVal < MAX **faire**

- dans la boucle : **val ≠ STOP et nbVal < MAX** est vrai
- à la sortie de boucle :
  - soit **val ≠ STOP** est faux → **val = STOP**
  - soit **nbVal < MAX** est faux → **nbVal ≥ MAX**
- que tester à la sortie de boucle?
  - **si val = STOP alors …** voir transparent précédent.
  - **si nbVal ≥ MAX alors …** mauvais test car message dépend de la dernière valeur saisie.

Conclusion: Quelques leçons à retenir

- **Le moule d'un algorithme**

```
Algorithme  AuNomEvocateur
{Cet algorithme fait.....en utilisant telle et telle donnée.....}
constantes
variables
début
        {préparation du traitement : saisies,....}
        {traitements, si itération, la décrire }
        {présentation des résultats: affichages,... }
fin
```

- Il faut avoir une **écriture rigoureuse**
  Il faut avoir une écriture soignée : respecter **l'indentation**
  Il est nécessaire de **commenter** les algorithmes

- **Il existe plusieurs solutions algorithmiques à un problème posé**
  - Il faut rechercher **l'efficacité** de ce que l'on écrit

Logique propositionnelle

En quoi la logique est-elle utile au programmeur ?

- La logique : une façon de formaliser notre raisonnement
- Il n'y a pas une logique mais DES logiques
- La **logique propositionnelle** : modèle mathématique qui nous permet de raisonner sur la nature vraie ou fausse des expressions logiques

Retour sur les conditions d'itération

tant que somme ≤ SEUIL faire...

tant que val ≠ STOP et nbVal < MAX faire …

tant que valeur < 0 ou (valeur % 2) ≠ 0 faire...

Proposition :

expression qui peut prendre la valeur **VRAI** ou **FAUX**

Exemples de propositions:

2 et 2 font 4

1 et 1 font 10

il pleut

x > y

Eléments de logique propositionnelle

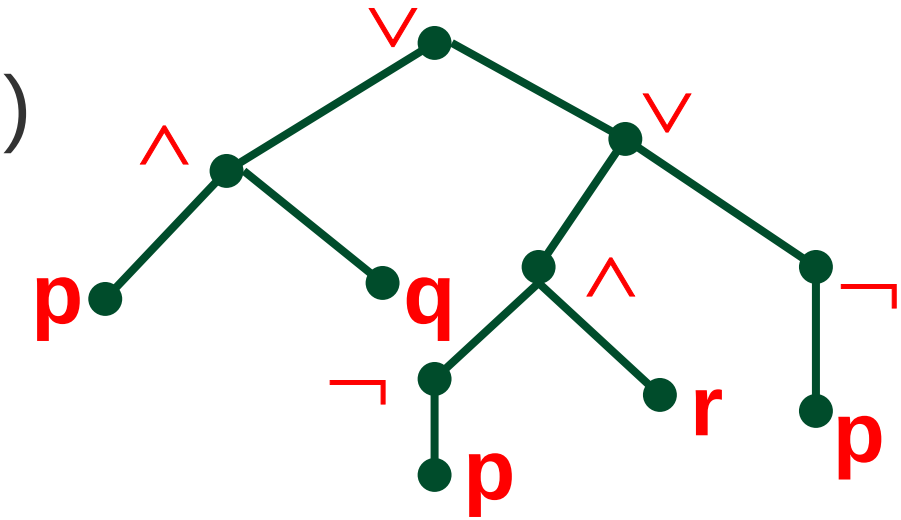
- Formule :
  - expression logique composée de variables propositionnelles et de connecteurs logiques
- Variable propositionnelle :
  - une proposition considérée comme indécomposable
- Connecteurs logiques:
  - négation ***non,*** $\neg$ - conjonction ***et,*** $\wedge$
  - implication $\Rightarrow$ - disjonction ***ou,*** $\vee$
- Exemple : p et q variables propositionnelles

  $((\neg p \vee q) \wedge \neg q) \vee (p \vee \neg q)$

Représentations d'une formule

$(p \wedge q) \vee ((\neg p \wedge r) \vee \neg p)$

Par un arbre syntaxique :



En utilisant la notation préfixée (polonaise) :

$\vee \wedge$ **p q** $\vee \wedge \neg$ **p r** $\neg$ **p**

En utilisant la notation postfixée :

p q $\wedge$**p** $\neg$ **r** $\wedge$ **p** $\neg \vee \vee$

Tables de vérité

Représentation des valeurs de vérité associées à une expression logique

Négation

p	¬ p
V	F
F	V

Conjonction

p	q	p∧q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Disjonction

p	q	p∨q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Implication

p	q	p→q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

p et q : variables propositionnelles

Equivalences classiques

- Commutativité
  - $p \wedge q$ équivalent à $q \wedge p$
  - $p \vee q$ équivalent à $q \vee p$
- Associativité
  - $p \wedge (q \wedge r)$ équivalent à $(p \wedge q) \wedge r$
  - $p \vee (q \vee r)$ équivalent à $(p \vee q) \vee r$
- Distributivité
  - $p \wedge (q \vee r)$ équivalent à $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
  - $p \vee (q \wedge r)$ équivalent à $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$

Equivalences classiques (suite)

- Lois de Morgan
  - $\neg (p \wedge q)$ équivalent à $(\neg p) \vee (\neg q)$
  - $\neg (p \vee q)$ équivalent à $(\neg p) \wedge (\neg q)$

p	**q**	**$p \wedge q$**	**$\neg(p \wedge q)$**	**$\neg p$**	**$\neg q$**	**$\neg p \vee \neg q$**

Formules : quelques classes et relations

- Les tautologies :
  - vraies pour toute assignation de valeurs de vérité aux variables.
  - exemple : $p \vee \neg p$

p	$\neg p$	$p \vee \neg p$

- Les formules contradictoires :
  - fausses pour toute assignation de valeurs de vérité aux variables.
  - exemple : $p \wedge \neg p$

p	$\neg p$	$p \wedge \neg p$

Formules : quelques classes et relations (suite)

- Les formules équivalentes:
  - même valeur de vérité pour toute assignation de la même valeur de vérité aux variables.
  - exemples : **$p \Rightarrow q$ est équivalent à $\neg p \vee q$**

    $p \Rightarrow q$ est équivalent à $\neg q \Rightarrow \neg p$

p	q	$p \Rightarrow q$	$\neg p$	q	$\neg p \vee q$

Du bon usage de la logique

Vérification de l'équivalence de deux formules

"être mineur (p) ou majeur (¬p) non imposable (q) "

équivaut à *"être mineur (p) ou non imposable (q) "*

p	q	$\neg p \wedge q$	$p \vee (\neg\ p \wedge q)$	$p \vee q$

Applications à l'algorithmique

- Interpréter (et bien comprendre!) l'arrêt des itérations à la sortie d'une boucle.

tant que <cond> **faire**

À la sortie :	**non**(<cond>) *est vrai*
donc si	cond = p **et** q
à la sortie :	**non** (p **et** q)
c'est a dire	**non** p **ou non** q

Exemple : avec **<cond>** égal à : val ≠ STOP **et** nbVal < MAX

non(<cond>) égal à : val = STOP **ou** nbVal ≥ MAX

Applications à l'algorithmique (suite)

- **<u>Simplifier</u> une écriture par substitution d'une formule équivalente**

  si (Age = "Mineur"
  ou (non (Age = "Mineur") et non (Fisc = "Imposable"))) alors...

  Equivalent à :

  si (Age = "Mineur" ou non (Fisc = "Imposable")) alors...

- **<u>Vérifier</u> la validité d'une condition**

  si Valeur< 10 et Valeur >100 alors… ← *cas improbable*

- **<u>Ecrire la négation</u> d'une condition**

  si on veut P et Q et R :

  répéter …. tant que **non** P **ou non** Q **ou non** R **ou** …

Le Type BOOLEEN

- Deux constantes booléennes :

  VRAI , FAUX

- Des variables de type booléens :

  variables ok, continuer : booléen

  ok ← (rep = ‘ O ’ ou rep = ‘ o ’)

  continuer ← (val > O et val < 9)

- Dans les conditionnelles et itératives :

  tant que ok **faire** …

  si continuer **alors** ...

Le Type BOOLEEN : exemple

```
Algorithme Logique
constantes      (MAX : entier) ← 5
                (STOP : entier) ← -1
variables       nbVal, val : entiers
                ok : booléen
début
    nbVal ← 0
    saisir  (val)
    ok ← val ≠ STOP et nbVal < MAX          {initialisation de la variable
    tant que ok faire                        de boucle booléenne }
    |   nbVal ← nbVal + 1
    |   saisir(val)
    |   ok ← val ≠ STOP et nbVal < MAX       {relance}
    ftq
    si val = STOP alors ...
```

Booléens : encore des exemples

```
variables   val  : entier
            encore : booléen
début
   encore ← faux
   val  ← 0
   répéter
        | afficher( "bonjour "  )
        |  val ← val – 1
        | encore ← val > 0
    tant que encore
    afficher( "fini " )
fin
```

```
encore ← faux
val ← 0
tant que non encore faire
    | val ← val + 1
    | afficher(val )
    | encore ← val > 2
 ftq
afficher( "fini " )
```

fin Volume 1